

**2 0 2 1**

**MATHEMATICS**

*Full Marks : 100*

*Pass marks : 30*

*Time : 3 hours*

*The figures in the margin indicate full marks for the questions*

**ALLOTMENT OF MARKS**

Q. No. <b>1</b> carries 1 mark each	:	$1 \times 10 = 10$
Q. No. <b>2</b> carries 2 marks each	:	$2 \times 10 = 20$
Q. Nos. <b>3–12</b> carry 3 marks each	:	$3 \times 10 = 30$
Q. Nos. <b>13–15</b> carry 4 marks each	:	$4 \times 3 = 12$
Q. Nos. <b>16</b> and <b>17</b> carry 5 marks each	:	$5 \times 2 = 10$
Q. Nos. <b>18–20</b> carry 6 marks each	:	$6 \times 3 = 18$
		<hr/>
		<b>Total = 100</b>

( 2 )

1. Answer the following questions :

1×10=10

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ লিখা :

(a) How many elements does  $P(A)$  have, if  $A = \{\emptyset\}$ ?

যদি  $A = \{\emptyset\}$  হয়,  $P(A)$  ৰ উপাদানৰ সংখ্যা কিমান ?

(b) If  $\left(\frac{x^2}{3} + 1, y - \frac{2}{3}\right) = \left(4, \frac{1}{3}\right)$ , find the values of  $x$  and  $y$ .

যদি  $\left(\frac{x^2}{3} + 1, y - \frac{2}{3}\right) = \left(4, \frac{1}{3}\right)$ , তেন্তে  $x$  আৰু  $y$  ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

(c) Convert  $40^\circ 20'$  into radian measure.

$40^\circ 20'$  ক ৰেডিয়ান মাপলৈ নিয়া।

(d) Express the complex number  $\left(\frac{1}{3} + 3i\right)^3$  in the form  $a + ib$ .

$\left(\frac{1}{3} + 3i\right)^3$  জটিল সংখ্যাটোক  $a + ib$  আকাৰত প্ৰকাশ কৰা।

(e) Find the multiplicative inverse of  $i$ .

$i$  ৰ গুণাত্মক বিপৰীত উলিওৱা।

(f) Write the first three terms of the sequence

$$a_n = \frac{n-3}{4}, n \in \mathbb{N}$$

$a_n = \frac{n-3}{4}, n \in \mathbb{N}$  অনুক্রমৰ প্ৰথম তিনিটা পদ লিখা।

(g) What is the slope of a line parallel to X-axis?

X-অক্ষৰ সমান্তৰাল ৰেখাৰ প্ৰৱণতা কিমান?

(h) Find the x and y intercepts of the line  $3x - 4y + 10 = 0$ .

$3x - 4y + 10 = 0$  ৰেখাডালৰ x আৰু y ছেদাংশ নিৰ্ণয় কৰা।

(i) Write the equation of the circle with centre  $(-2, 3)$  and radius 4.

কেন্দ্ৰ  $(-2, 3)$  আৰু 4 ব্যাসাৰ্ধ বিশিষ্ট বৃত্তটোৰ সমীকৰণ লিখা।

(j) How many middle terms are there in the binomial expansion of  $(a + b)^n$  for some  $n$ ?

$n$  ৰ যি কোনো মানৰ বাবে  $(a + b)^n$  দ্বিপদ বিস্তৃতিটোৰ কিমানটা মধ্যপদ থাকিব?

2. (a) Write the following intervals in set-builder form :

2

তলৰ অন্তৰালবোৰ সংহতি গঠন পদ্ধতিত লিখা :

(i)  $(-3, 0) \cup [1, 2]$

(ii)  $[6, 12]$

[ Contd.

( 4 )

- (b) Find the domain and range of the real function  $f$  defined by  $f(x) = |x - 1|$ . 2

$f(x) = |x - 1|$  ৰ দ্বাৰা সংজ্ঞাবদ্ধ বাস্তৱ ফলন  $f$  ৰ আদিক্ষেত্ৰ আৰু পৰিসৰ উলিওৱা।

- (c) Prove that

প্ৰমাণ কৰা যে

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x \quad 2$$

- (d) If  $z_1 = 2 - i$ ,  $z_2 = -2 + i$ , then find  $\operatorname{Re}\left(\frac{z_1 z_2}{\bar{z}_1}\right)$ . 2

যদি  $z_1 = 2 - i$ ,  $z_2 = -2 + i$  হয়, তেন্তে  $\operatorname{Re}\left(\frac{z_1 z_2}{\bar{z}_1}\right)$  উলিওৱা।

- (e) Solve  $30x < 200$ , when  $x$  is an integer. 2

সমাধান কৰা  $30x < 200$ , যেতিয়া  $x$  এটা অখণ্ড সংখ্যা।

- (f) How many three-digit numbers can be formed by using the digits 1 to 9, if no digit is repeated? 2

কোনো অংকৰ পুনৰাবৃত্তি নোহোৱাকৈ 1ৰ পৰা 9 লৈ অংককেইটা ব্যৱহাৰ কৰি কিমানটা তিনি-অংকীয়া সংখ্যা গঠন কৰিব পাৰি?

- (g) If  $\frac{a^n + b^n}{a^{n-1} + b^{n-1}}$  is the AM between  $a$  and  $b$ , then find the value of  $n$ . 2

$a$  আৰু  $b$  ৰ সমান্তৰ মাধ্য  $\frac{a^n + b^n}{a^{n-1} + b^{n-1}}$  হ'লে,  $n$ ৰ মান উলিওৱা।

(h) Find the 20th and  $n$ th term of the GP  $\frac{5}{2}, \frac{5}{4}, \frac{5}{8}, \dots$  2

$\frac{5}{2}, \frac{5}{4}, \frac{5}{8}, \dots$  গুণোত্তৰ প্ৰগতিটোৰ 20 তম আৰু  $n$  তম পদ উলিওৱা।

(i) Find the equation of the ellipse with major axis along the  $X$ -axis and passing through the points (4, 3) and (-1, 4). 2

মুখ্য অক্ষ  $X$ -অক্ষত থকা আৰু (4, 3) আৰু (-1, 4) বিন্দুৰে যোৱা উপবৃত্তটোৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(j) How many terms of the AP  $-6, \frac{-11}{2}, -5, \dots$  are needed to give the sum  $-25$ ? 2

$-6, \frac{-11}{2}, -5, \dots$  সমান্তৰ প্ৰগতিটোৰ কিমানটা পদৰ সমষ্টি  $-25$  হ'ব?

3. Find the union and intersection of each of the following pairs of sets : 3

তলৰ প্ৰতিযোৰ সংহতিৰ মিলন আৰু ছেদন উলিওৱা :

(a)  $A = \{x | x \text{ is a natural number and multiple of } 3\}$

$B = \{x | x \text{ is a natural number less than } 6\}$

$A = \{x | x \text{ এটা স্বাভাৱিক সংখ্যা আৰু } 3\text{ৰ গুণিতক}\}$

$B = \{x | x \text{ এটা } 6 \text{ অতকৈ সৰু স্বাভাৱিক সংখ্যা}\}$

(b)  $C = \{1, 2, 3\}, D = \emptyset$

4. Let  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10\}$ . Let  $R$  be the relation on  $A$  defined by  $R = \{(a, b) : a, b \in A; b \text{ is exactly divisible by } a\}$ .

ধৰা হ'ল  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10\}$ .  $A$  ত সম্বন্ধ  $R$  অৰ সংজ্ঞা এনেদৰে দিয়া আছে  $R = \{(a, b) : a, b \in A; b, a \text{ ৰে সম্পূৰ্ণৰূপে বিভাজ্য}\}$ ।

- (a) Find the domain of  $R$ .

$R$  ৰ আদিক্ষেত্র উলিওৱা।

- (b) Find the range of  $R$ .

3

$R$  ৰ পৰিসৰ উলিওৱা।

5. Find the value of :

3

মান উলিওৱা :

- (a)  $\sin 75^\circ$

- (b)  $\tan 15^\circ$

6. Find the modulus and argument of the complex number

$$\frac{1+2i}{1-3i}$$

3

$\frac{1+2i}{1-3i}$  জটিল সংখ্যাটোৰ মাপাংক আৰু কোণাংক উলিওৱা।

7. Solve the inequality

$$\frac{x}{2} \geq \frac{(5x-2)}{3} - \frac{(7x-3)}{5}$$

and show the graph of the solution on the number line.

3

$\frac{x}{2} \geq \frac{(5x-2)}{3} - \frac{(7x-3)}{5}$  অসমিকটো সমাধান কৰা আৰু সংখ্যাবেখাত সমাধান দেখুওৱা।

8. Prove that

প্রমাণ কৰা যে

$$\sum_{r=0}^n 3^r {}^n C_r = 4^n$$

3

9. Using binomial theorem, evaluate  $(99)^5$ .

3

দ্বিপদ উপপাদ্যৰ সহায়ত  $(99)^5$ ৰ মান উলিওৱা।

10. Find the coordinates of the foci and the vertices, the eccentricity and the length of the latus rectum of the hyperbola

$$\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{27} = 1$$

3

$\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{27} = 1$  পৰাবৃত্তৰ নাভি আৰু শীৰ্ষবিন্দুৰ স্থানাংক, উৎকেন্দ্ৰতা আৰু নাভিলম্বৰ দীঘল নিৰ্ণয় কৰা।

11. Using section formula, prove that the three points  $(-4, 6, 10)$ ,  $(2, 4, 6)$  and  $(14, 0, -2)$  are collinear.

3

ছেদাংশ সূত্র প্রয়োগ কৰি প্রমাণ কৰা যে  $(-4, 6, 10)$ ,  $(2, 4, 6)$  আৰু  $(14, 0, -2)$  বিন্দু তিনিটা একেৰেখীয়।

12. Find the angle between the lines  $\sqrt{3}x + y = 1$  and  $x + \sqrt{3}y = 1$ .

3

$\sqrt{3}x + y = 1$  আৰু  $x + \sqrt{3}y = 1$  ৰেখা দুডালৰ মাজৰ কোণ উলিওৱা।

13. In a school, there are 20 teachers who teach Mathematics or Physics. Of these, 12 teach Mathematics and 4 teach both Physics and Mathematics. How many teach Physics? Draw the Venn diagram.

4

এখন স্কুলৰ 20 জন শিক্ষকে গণিত বা পদার্থবিজ্ঞান শিকায়। ইয়াৰে 12 জনে গণিত শিকায় আৰু 4 জনে গণিত আৰু পদার্থবিজ্ঞান দুয়োটা শিকায়। কিমান জনে পদার্থবিজ্ঞান শিকায়? ভেন চিত্ৰ আঁকা।

14. For  $n \geq 1$ , prove that

$$\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

by using the principle of mathematical induction. 4

গণিতীয় আৰোহ-তত্ত্বৰ সহায়ত সকলো  $n \geq 1$  ৰ বাবে, প্রমাণ কৰা যে

$$\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

15. Find the values of  $k$  for which the line  $(k-3)x - (4-k^2)y + k^2 - 7k + 6 = 0$  is—

$k$  ৰ মান উলিওৱা, যদি  $(k-3)x - (4-k^2)y + k^2 - 7k + 6 = 0$  ৰেখাডাল—

(a) parallel to X-axis;

X-অক্ষৰ সমান্তৰাল হয়;

(b) passing through the origin. 4

মূল বিন্দুৰ মাজেৰে যায়।

16. A group consists of 4 girls and 7 boys. In how many ways can a team of 5 members be selected, if the team has—

4 জনী ছোৱালী আৰু 7 জন ল'ৰাৰ মাজৰ পৰা 5 জনীয়া দল এটা কিমান ধৰণে বাছনি কৰিব পাৰি, যদিহে দলত—

(a) at least one boy and one girl;

অতিকমেও এজন ল'ৰা আৰু এজনী ছোৱালী থাকে;

(b) at least 3 girls?

$$2\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2} = 5$$

অতিকমেও 3 জনী ছোৱালী থাকে?



OR / নাইবা

Determine the number of 5-card combinations out of a deck of 52 cards, if each selection of 5 cards has exactly one king. 5

প্ৰতিটো বাছনিত মাত্ৰ এখন ৰজাৰ ছবি থকা তাচপাত থকাকৈ 52 খন তাচপাতৰ পৰা 5 খন তাচপাত কিমান ধৰণে বাছনি কৰিব পাৰি, নিৰ্ণয় কৰা।

17. Calculate the mean deviation about mean for the following data : 5

তলত দিয়া তথ্যৰ বাবে মাধ্যমৰ পৰা গড় বিচ্যুতি নিৰ্ণয় কৰা :

Marks obtained প্ৰাপ্ত নম্বৰ	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
No. of students ছাত্ৰৰ সংখ্যা	2	3	8	14	8	3	2

OR / নাইবা

Calculate the mean deviation about median for the following data : 5

তলত দিয়া তথ্যৰ বাবে মধ্যমাৰ পৰা গড় বিচ্যুতি নিৰ্ণয় কৰা :

Class শ্ৰেণী	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
Frequency বাৰংবাৰতা	6	7	15	16	4	2

18. Prove that

প্ৰমাণ কৰা যে

$$\cos 2x \cos \frac{x}{2} - \cos 3x \cos \frac{9x}{2} = \sin 5x \sin \frac{5x}{2}$$

6

( 10 )

OR / নাইবা

Prove that

প্রমাণ কৰা যে

$$\frac{\cos 4x + \cos 3x + \cos 2x}{\sin 4x + \sin 3x + \sin 2x} = \cot 3x$$

6

19. Find the limits :

3+3=6

সীমা উলিওৱা :

(a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{\frac{1}{3}} - 1}{x^{\frac{1}{6}} - 1}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)^5 - 1}{x}$

OR / নাইবা

Find the derivatives of the following functions :

3+3=6

তলৰ ফলনবোৰৰ অৱকলজ উলিওৱা :

(a)  $\tan x$

(b)  $x^{-3} (5 + 3x)$

20. (a) Define random experiment. An experiment consists of recording boy-girl composition of families with two children. What is the sample space if we are interested in knowing whether it is a boy or girl in order of their births?

1+2=3

যাদৃচ্ছিক পৰীক্ষাৰ সংজ্ঞা দিয়া। দুটি সন্তানৰ পৰিয়ালবোৰৰ ল'ৰা-ছোৱালীৰ হিচাপ লিপিবদ্ধ কৰা এটা পৰীক্ষা চলোৱা হ'ল। জন্মৰ ক্ৰম অনুসৰি ল'ৰা বা ছোৱালী সম্পৰ্কে জানিব বিচাৰিলে পৰীক্ষাটোৰ প্ৰতিদৰ্শ স্থান কি হ'ব?

(b) A die is thrown. The events  $A$ ,  $B$  and  $C$  are as follows :

$A$  : getting a number less than 7

$B$  : getting a number greater than 7

$C$  : getting a number not less than 3

Find  $A \cup B$ ,  $A \cap B$  and  $C'$ .

3

এটা পাশাখুটি দলিওৱা হ'ল। তিনিটা ঘটনা  $A$ ,  $B$  আৰু  $C$  ক তলত দিয়া ধৰণে উল্লেখ কৰা হ'ল :

$A$  : 7 তকৈ সৰু সংখ্যা প্ৰাপ্ত হয়

$B$  : 7 তকৈ ডাঙৰ সংখ্যা প্ৰাপ্ত হয়

$C$  : 3 তকৈ সৰু নহয়, এনে সংখ্যা প্ৰাপ্ত হয়

উলিওৱা  $A \cup B$ ,  $A \cap B$  আৰু  $C'$ .

\*\*\*