

2016

MATHEMATICS

Full Marks : 100

Time : Three hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

1. (a) $n(\{\phi\}) = ?$ 1
- (b) Write the value of $\sin 225^\circ$. 1
 $\sin 225^\circ$ ৰ মানটো লিখা।
- (c) If ${}^n P_r = {}^n C_r \cdot x$, then $x = ?$ 1
যদি ${}^n P_r = {}^n C_r \cdot x$, তেন্তে $x = ?$
- (d) If $z = 1 - i$, then mention the value of $\arg(z)$. 1
যদি $z = 1 - i$, তেন্তে $\arg(z)$ ৰ মানটো উল্লেখ কৰা।
- (e) Write the condition under which three numbers a, b, c may be in A.P. and G.P. both. 1
তিনিটা সংখ্যা a, b, c একেসময়তে সমান্তৰ আৰু গুণোত্তৰ প্ৰগতিত থকাৰ চৰ্তটো লিখা।

Contd.

(f) What is the middle term in the expansion of $(1+x)^{20}$? 1

$(1+x)^{20}$ ৰ বিস্তৃতিৰ মধ্যপদটো কি?

(g) Are the lines $y = x$ and $y + x = 0$ perpendicular? 1

$y = x$ আৰু $y + x = 0$ ৰেখাদুডাল লম্বমান হয়নে?

(h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x} = ?$ 1

(i) Write the relation between standard deviation and variance. 1

প্রামাণিক বিচ্যুতি আৰু প্রসৰণৰ মাজৰ সম্বন্ধটো লিখা।

(j) What is the probability of the certain event of an experiment? 1

এটা পৰীক্ষাকাৰ্যৰ নিশ্চিত ঘটনাটোৰ সম্ভাৱিতা কিমান?

2. (a) For any sets A and B prove that : 3

যিকোনো সংহতি A আৰু B ৰ বাবে প্রমাণ কৰা যে :

(i) $A - B = A \cap B'$

(ii) $(A - B) \cup B = A \cup B$

OR/অথবা

If $A = \{0, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}\}$, $B = [0, 1]$, then find $A \cup B$, $A \cap B$ and $A - B$.

যদি $A = \{0, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}\}$, $B = [0, 1]$, তেন্তে $A \cup B$, $A \cap B$ আৰু $A - B$ নিৰ্ণয় কৰা।

(b) For any two sets A and B prove that : 3

যিকোনো দুটা সংহতি A আৰু B ৰ বাবে প্রমাণ কৰা যে :

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

OR/অথবা

In a group of 90 people, 48 like coffee, 60 like tea and each person likes at least one of the two drinks. How many of the group like both the drinks ?

90 জনীয়া মানুহৰ গোট এটাৰ 48 জনে কফি, 60 জনে চাহ আৰু প্রতিজনেই অতি কমেও এটা পানীয় ভাল পায়। কিমানজন মানুহে দুয়োটা পানীয় ভাল পায়?

3. If the relation R on the set of natural numbers N is defined as $R = \{(a, b) : a + 5b = 27, a \in N, b \in N\}$, then find R, R^{-1} , domain of R and range of R . 4

যদি স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ সংহতি N -ত R সম্বন্ধৰ সংজ্ঞা $R = \{(a, b) : a + 5b = 27, a \in N, b \in N\}$ হয়, তেন্তে R, R^{-1} , R -ৰ আদিক্ষেত্র আৰু পৰিসৰ নিৰ্ণয় কৰা।

4. Prove that the function $f : N \rightarrow N$ defined by $f(x) = x^2 + 2$ is one-one but not onto. 4

প্ৰমাণ কৰা যে $f(x) = x^2 + 2$ ৰ দ্বাৰা সংজ্ঞাৱদ্ধ ফলন $f : N \rightarrow N$ এটা একৈকী কিন্তু অনাচ্ছাদক ফলন।

OR/অথবা

Find the domain and range of the real function $f(x) = \frac{x-2}{3-x}$.

বাস্তৱ ফলন $f(x) = \frac{x-2}{3-x}$ ৰ আদিক্ষেত্র আৰু পৰিসৰ নিৰ্ণয় কৰা।

5. If $ABCD$ is a cyclic quadrilateral, then show that : 4

$ABCD$ এটা চক্ৰীয় চতুৰ্ভুজ হ'লে দেখুওৱা যে :

$$\cos A + \cos B + \cos C + \cos D = 0$$

OR/অথবা

Prove that :

প্ৰমাণ কৰা যে :

$$(i) \quad \sin^2 \frac{\pi}{18} + \sin^2 \frac{\pi}{9} + \sin^2 \frac{7\pi}{18} + \sin^2 \frac{4\pi}{9} = 2$$

$$(ii) \quad \cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 60^\circ \cos 80^\circ = \frac{1}{16}$$

6. Prove **any one** of the following : 4

নিম্নোক্ত যিকোনো এটা প্ৰমাণ কৰা :

$$(i) \quad \left(1 + \cos \frac{\pi}{8}\right) \left(1 + \cos \frac{3\pi}{8}\right) \left(1 + \cos \frac{5\pi}{8}\right) \left(1 + \cos \frac{7\pi}{8}\right) = \frac{1}{8}$$

$$(ii) \quad \cos 5\theta = 16 \cos^5 \theta - 20 \cos^3 \theta + 5 \cos \theta$$

7. Solve : (any one)

4

সমাধান কৰা : (যিকোনো এটা)

(i) $2\sin^2\theta + \sqrt{3}\cos\theta + 1 = 0$

(ii) $\sqrt{3}\cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2}$

8. By mathematical induction prove that :

গাণিতীয় আৱেশ প্রণালীৰে প্রমাণ কৰা যে :

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2 = \frac{1}{3}n(2n-1)(2n+1)$$

4

OR/অথবা

For $n \in \mathbb{N}$, prove that $5^n + 2 \cdot 3^{n-1} + 1$ is divisible by 8.

$n \in \mathbb{N}$ ৰ বাবে $5^n + 2 \cdot 3^{n-1} + 1$, 8-ৰে বিভাজ্য হয় বুলি প্রমাণ কৰা।

9. (a) Find the square root of $3 - 4i$.

3

($3 - 4i$)-ৰ বৰ্গমূল নির্ণয় কৰা।

(b) If $x = 3 + 2i$, then prove that :

যদি $x = 3 + 2i$, তেন্তে প্রমাণ কৰা যে :

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 8x + 39 = 0$$

3

OR/অথবা

If ω is a complex cube root of 1, then show that :

যদি 1ৰ এটা জটিল ঘনমূল ω হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে :

$$(3 + 3\omega + 5\omega^2)^6 = 64.$$

10. Solve any one of the following inequations and indicate the solution set on the real line :

4

তলৰ যিকোনো এটা অসমীকৰণ সমাধান কৰা আৰু সমাধান সংহতিটো বাস্তৱ সংখ্যাৰেখাত দেখুওৱা :

(i) $2(3-x) \geq \frac{x}{5} + 4$

(ii) $\frac{4x+3}{2x-5} < 6$

11. (a) Prove that :

3

প্রমাণ কৰা যে :

$$1 \cdot {}^1P_1 + 2 \cdot {}^2P_2 + 3 \cdot {}^3P_3 + \dots + n \cdot {}^nP_n = {}^{n+1}P_{n+1} - 1$$

OR/অথবা

$$\lfloor 2n = \{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)\} \cdot 2^n \cdot \lfloor n$$

(b) Answer (i) or (ii) :

3

(i) অথবা (ii)-ৰ উত্তৰ লিখা :

(i) In how many ways can the letters of the word DIRECTOR be arranged in the form of words so that the two R's do not come together ?

DIRECTOR শব্দটোৰ আখৰবোৰৰ R দুটা একেলগে নপৰাকৈ কিমান ধৰণে শব্দৰ আকাৰত সজাব পাৰি?

(ii) If a polygon has 44 diagonals, find the number of its sides.

এটা বহুভুজৰ যদি 44 ডাল কর্ণ থাকে, তেন্তে তাৰ বাহুৰ সংখ্যা নির্ণয় কৰা।

12. (a) Find the middle term in the expansion of $\left(\frac{a}{x} + bx\right)^{12}$.

3

$\left(\frac{a}{x} + bx\right)^{12}$ -ৰ বিস্তৃতিৰ মধ্যপদটো নির্ণয় কৰা।

(b) If the co-efficients of 2nd, 3rd and 4th terms in the expansion of $(1+x)^{2n}$ are in A.P., show that $2n^2 - 9n + 7 = 0$.

3

$(1+x)^{2n}$ -ৰ বিস্তৃতিৰ ২য়, ৩য় আৰু ৪র্থ পদৰ সহগকেইটা সমান্তৰ প্রগতিত থাকিলে দেখুউৱা যে $2n^2 - 9n + 7 = 0$.

13. Answer (a) or (b) :

4

(a) বা (b) অংশৰ উত্তৰ কৰা :

(a) If the sum of first n terms of an A.P. is m and that of the first m terms is n , show that the sum of first $(m+n)$ terms is $-(m+n)$.

এটা সমান্তৰ প্ৰগতিৰ প্ৰথম n টা পদৰ সমষ্টি m আৰু প্ৰথম m টা পদৰ সমষ্টি n হ'লে দেখুওৱা যে প্ৰথম $(m+n)$ সংখ্যক পদৰ সমষ্টি $-(m+n)$ ।

(b) Find the sum : **(any one)**

সমষ্টি নিৰ্ণয় কৰা : (যিকোনো এটাৰ)

(i) $1.3 + 2.5 + 3.7 + \dots + n(2n+1)$

(ii) $.9 + .99 + .999 + \dots$ to n -term.

14. (a) Find the equation of a straight line in intercept form.

3

এডাল সৰলৰেখাৰ ছেদাংশ আকাৰৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(b) Find the equation of the straight line which is parallel to $2x - y + 3 = 0$ and passes through the point $(2, 9)$.

3

$(2, 9)$ বিন্দুগামী আৰু $2x - y + 3 = 0$ সৰলৰেখাৰ সমান্তৰাল হোৱা সৰলৰেখাডালৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

OR/অথবা

Find the distance of the point $(-3, 4)$ from the line $12x - 5y + 2 = 0$.

$12x - 5y + 2 = 0$ ৰেখাৰ পৰা $(-3, 4)$ বিন্দুৰ দূৰত্ব নিৰ্ণয় কৰা।

15. (a) Prove that the line $lx + my + n = 0$ will touch the circle $x^2 + y^2 = a^2$ if $a^2(l^2 + m^2) = n^2$.

4

প্ৰমাণ কৰা যে $lx + my + n = 0$ ৰেখাই $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তক স্পৰ্শ কৰিব যদি

$a^2(l^2 + m^2) = n^2$.

OR/অথবা

- (b) Find the eccentricity, coordinates of foci, length of the major axis and latus-rectum of the ellipse $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ উপবৃত্তটোৰ উৎকেন্দ্ৰতা, নাভিৰ স্থানাংক, পৰাক্ষৰ দৈৰ্ঘ্য আৰু নাভিলম্বৰ দৈৰ্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰা।

16. The centroid of a triangle is (1, 1, 1) and two of its vertices are (3, 2, 4) and (2, -5, -7). Find the coordinates of the third vertex of the triangle. 4

এটা ত্ৰিভুজৰ ভাৰকেন্দ্ৰ (1, 1, 1) আৰু দুটা শীৰ্ষবিন্দুৰ স্থানাংক (3, 2, 4) আৰু (2, -5, -7)। ত্ৰিভুজটোৰ তৃতীয় শীৰ্ষবিন্দুটোৰ স্থানাংক নিৰ্ণয় কৰা।

17. (a) Find the limit of **any one** of the following : 3

তলৰ যিকোনো এটাৰ সীমা উলিউৱা :

(i) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x-a}{\sqrt{x}-\sqrt{a}}$

(ii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2}{n^3}$

(iii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^\circ}{x}$

- (b) Find the derivative w.r.t. x : (**any two**) 2×2=4

x সাপেক্ষে অৱকলজ উলিউৱা : (যিকোনো দুটাৰ)

(i) $(x+2)^4$

(ii) $x^2 e^x$

(iii) $\frac{2x-3}{x^2+1}$

(iv) $x \sin x$

18. What is meant by a statement? Write the negation of the statement — 'For every real number x , $x^2 \geq 0$ '. 1+2=3

উক্তিৰ দ্বাৰা কি বুজোৱা হয়? 'প্রতিটো বাস্তৱ সংখ্যা x ৰ বাবে, $x^2 \geq 0$ ' উক্তিটোৰ নঞার্থক উক্তিটো লিখা।

19. (a) Find the mean deviation from the median of the following frequency distribution : 6

নিম্নোক্ত বাৰংবাৰতা বিভাজনসমূহৰ মধ্যমাৰ পৰা গড় বিচ্যুতি নিৰ্ণয় কৰা :

Class (শ্ৰেণী)	0-6	6-12	12-18	18-24	24-30
Frequency (বাৰংবাৰতা)	8	10	12	9	5

OR/অথবা

- (b) Calculate the S.D. (standard deviation) for the following data :

তলৰ তথ্যৰাশিৰ বাবে মানক বিচ্যুতি নিৰ্ণয় কৰা :

Class (শ্ৰেণী)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
Frequency (বাৰংবাৰতা)	13	14	27	20	16

20. Find the probability of getting a sum of 7 or 8 in throwing a die twice. 4

লুডুৰ গুটি এটা দুবাৰ উৎক্ষেপণত প্ৰাপ্ত ফলবোৰৰ সমষ্টি 7 বা 8 পোৱাৰ সম্ভাৱিতা উলিউৱা।

OR/অথবা

What is the probability that an ordinary year has 53 Mondays?

সাধাৰণ বৰ্ষ এটাত 53টা সোমবাৰ থকাৰ সম্ভাৱিতা কিমান নিৰ্ণয় কৰা।

— x —